Partenyas, 22/01/04

**COMUNICACIONES I.**

## MODULACIÓN EXPONENCIAL.

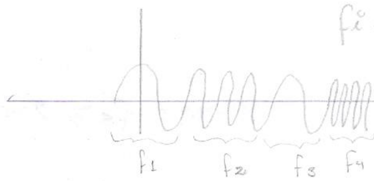
$A_c \cos \phi(t) \rightarrow \chi(t)$

$\phi(t) = 2\pi f_c t + \phi_\Delta \chi(t)$

$f_i = \frac{1}{2\pi} \frac{d\Phi}{dt}$

Señal FM. Donde la frecuencia depende del mensaje:

$f_i = f_c + f_\Delta \chi(t)$




**NOTA:** No es lo mismo esto a un desfase constante, $\cos(\omega t + 30°)$

**OJO:** La señal FM se puede confundir con PM, modulación en fase.

$A_c \cos(2\pi f t + \phi_\Delta \chi(t)) \longrightarrow$ Aquí es la propia fase la que es proporcional al mensaje.

En FM es la fase la que es proporcional al mensaje $f_i = f_c + f_\Delta \chi(t)$

$$\chi_{FM}(t) = A_c \cos\Big(2\pi f_c t + 2\pi f_\Delta \overbrace{\int_0^t \chi(\tau)\, d\tau}^{\chi_i(t)}\Big) \Rightarrow \chi(t) \rightarrow \boxed{\int} \rightarrow \boxed{PM} \rightarrow FM$$

**FM:** La fase varía según la integral del mensaje en la fase

**PM:** La fase varía según el mensaje

Entre FM y PM, existe una relación de integrabilidad

$$P_{FM} = \frac{A_c^2}{2}$$

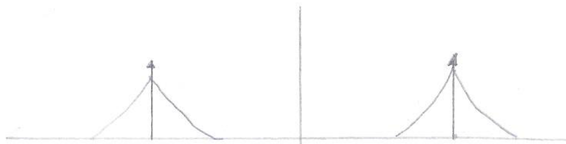
**NOTA:** El ancho de banda de una señal FM es infinito, a pesar de que la frecuencia instantánea tiene un margen de error de $\pm 1$, porque la $f_i$ no es lo mismo que frecuencia espectral.

$$A_c \,\mathrm{Re}\{e^{j\omega_c t} e^{j 2\pi f_\Delta \chi_i(t)}\}$$

$$A_c \,\mathrm{Re}\Big\{e^{j\omega_c t}\Big(1 + j 2\pi f_\Delta \chi_i + \cdots + \frac{(j 2\pi f_\Delta \chi_i)^2}{2!} + \cdots\cdots\Big)$$

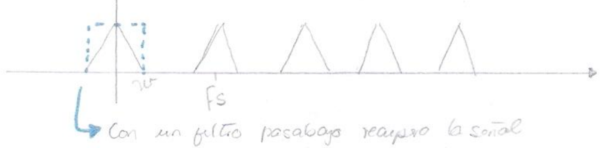
$$A_c \Big[\cos \omega_c t - 2\pi f_\Delta \chi_i \operatorname{sen} \omega_c t - \frac{(2\pi f_\Delta \chi_i)^2}{2!} \cos \omega_c t \ \ldots$$

$$\mathrm{Re}\Big\{\frac{(j 2\pi f_\Delta \chi_i)^M}{M!} e^{j\omega_c t}\Big\} \Rightarrow$$ Espectralmente es el mismo triangulito chorreto pero con el mismo ancho de banda.



**NOTA:** En tiempo tomamos productos de
$x(t) \Rightarrow x^2(t)$, $x^3(t)$, $x^4(t)$, .....
esto es frecuencia es convolucionar y esto va incrementando el ancho de banda $2w$, $3w$, $4w$, ....., entonces de todas las componentes deducimos que el espectro de $fm$ es <u>INFINITO</u>

$$x(t) \cdot \sum \delta(t - k\,ts)$$
$$x(f) * \sum \delta(f - kfs)$$



$fs$ = frecuencia de muestreo, a cada cuanto tiempo tomo una muestra de la señal original.

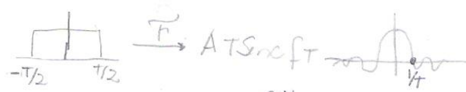
Con un filtro pasabajo recupero la señal pero $fc$, debe cumplir ciertas condiciones, que no se solape con $W$.

**TEOREMA:** $fs \geq 2W$ , $ts \leq \frac{1}{2W}$

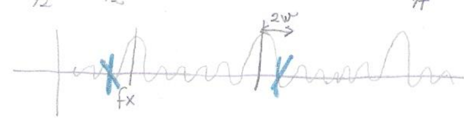
**NOTA:** Si la señal está muestreada a $fs$, no podemos generar una señal mayor a $fs/2$.

Asumimos que en el pequeño intervalo $\frac{1}{2W}$ la señal no ha cambiado mucho, $x(t)$ es más o menos constante en $1/2W$.

$$A\Pi\left(\frac{t}{T}\right) \xrightarrow{F} A\,T\,\mathrm{Sinc}\,fT$$



$\mathrm{Sen}\,w_x t \cdot \Pi()$



Cada Sinc, corresponde a una ventanita con un pedazo de Sen de ancho $1/2W$

$$\begin{array}{l} fc + f_\Delta |x|_{max} + 2W \\ \underline{fc - f_\Delta |x|_{max} - 2W} \\ 2 f_\Delta |x|_{max} + 4W = 2\left(\frac{f_\Delta |x|_{max}}{W} + 2\right) W \approx 210\,\mathrm{KHz} \end{array}$$

Al restar.

(ANCHO DE BANDA PRACTICO DE FM)

Potencia $\frac{Ac^2}{2}$ → Potencia de cualquier sinusoide.

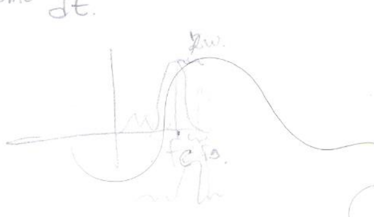
MENSAJE ⇒ $x(t) = Am \cos W_m t$

→ esto lo obtuve integrando $x(t)$ y metiéndolo en la expresión de $X_{fm}$

$$Ac\,\mathrm{Re}\left\{ e^{jw_c t} \underbrace{e^{j\left(\frac{f_\Delta A_m}{f_m}\right)\mathrm{Sen}\,w_m t}}_{Z(t) \rightarrow \text{Señal Periódica}} \right\}, \quad \beta = \frac{f_\Delta \cdot A_m}{f_m} = \text{Índice de modulación}$$

$$Ac\,\mathrm{Re}\left\{ e^{jw_c t} \sum C_n e^{jn W_m t} \right\}, \quad C_n = \frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2} Z(t)\, e^{-jn W_m t}\, dt.$$

$$C_n = \frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2} e^{j\beta \mathrm{Sen}\, W_m t}\, e^{-jn W_m t}\, dt.$$



→ Hacemos el Cambio de variable: $x = 2\pi f_m t$

$$J_n(\beta) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} e^{j(\beta \operatorname{Sen} x - nx)}\, dx$$

Bessel, 1ra Clase, orden $n$, Argum $(\beta)$

$J_n(\beta) = \ldots$ REAL

$$A_c \operatorname{Re}\left\{\sum J_n(\beta)\, e^{j(w_c + n w_m)t}\right\} = \sum A_c\, J_n(\beta) \cos(w_c + n w_n)t$$

Nos queda una sumatoria infinita de cosenos